

51. Diketahui fungsi percepatan suatu benda adalah $a = g - cv^2$. Tentukanlah kecepatannya sebagai fungsi waktu, jika v adalah kecepatan g dan c adalah konstanta-konstanta.
52. Sebuah benda yang bergerak di udara mengalami percepatan $a = g - bv$, dengan g dan b adalah konstanta, sedangkan v adalah kecepatan. Tentukanlah percepatan benda itu sebagai fungsi waktu.
53. Percepatan sebuah bola yang bergerak dinyatakan oleh $a = dv/dt = ge^{-bt}$, di mana g adalah percepatan gravitasi, b adalah konstanta yang bergantung pada massa dan bentuk bola dan sifat medium tempat bola itu bergerak. Mula-mula bola itu dalam keadaan diam.
- Tentukanlah kecepatan bola itu sebagai fungsi waktu.
 - Tentukanlah posisi bola itu sebagai fungsi waktu.
54. Bola pertama dijatuhkan tanpa kecepatan awal dari ketinggian h di atas permukaan tanah. Bola kedua dilemparkan ke atas dengan kecepatan awal v_0 . Pada suatu saat tertentu, kedua bola itu bertabrakan di udara. Saat itu kecepatan bola pertama adalah 2 kali kecepatan bola kedua. Tentukanlah kapan mereka bertabrakan jika dua bola itu mulai bergerak pada waktu yang bersamaan. Tentukanlah kecepatan awal bola kedua dan posisi bola-bola itu saat bertabrakan di udara.
55. Dua orang pelari sedang melakukan sprint (lari jarak 100 m) dalam lintasan lurus. Kelajuan pelari 2 adalah 6 ms^{-1} dan saat itu pelari pertama mempunyai kecepatan 1,75 kali kecepatan 2, untuk mencapai garis finish, yaitu titik 100 meter pada lintasan lari. a) Tentukanlah jarak yang ditempuh pelari ke-2 pada saat itu. Seandainya pelari pertama telah unggul dan lebih cepat masuk garis finish, b) berapakah sisa waktu yang diperlukan pelari ke dua untuk menyelesaikan perlombaan?

51. Percepatan, $a \neq$ konstan, melainkan fungsi kecepatan

Untuk menentukan kecepatan sebagai fungsi waktu :

1. Nyatakan percepatan sebagai turunan kecepatan terhadap waktu
2. Pisahkan variabel yang mengandung kecepatan, v , dari variabel waktu, t .
3. Integrasikan untuk mendapatkan kecepatan sebagai fungsi waktu

$$(a) \quad a = g - cv^2 \qquad \frac{dv}{dt} = g - cv^2$$

$$\frac{dv}{g - cv^2} = dt$$
$$\frac{dv}{g - \frac{g}{v_T^2} v^2} = \frac{dv}{g \left\{ 1 - \left(\frac{v}{v_T} \right)^2 \right\}} = dt$$

atau

$$\frac{dv}{1 - \left(\frac{v}{v_T} \right)^2} = g dt$$

$$\int_0^v \frac{dv'}{1 - \left(\frac{v'}{v_T} \right)^2} = g \int_0^t dt' = g t$$

kucingisika.com

$$v_T \tanh^{-1} \left(\frac{v}{v_T} \right) = g t$$

atau

$$\tanh^{-1} (v/v_T) = (g/v_T) t$$

diperoleh

$$v = v_T \tanh \left(\frac{g}{v_T} \right) t$$

52. Karena percepatan batu itu adalah fungsi dari kecepatan, maka percepatannya tidaklah konstan. Pilih sistem koordinat di mana arah ke bawah adalah positif dan titik nol (titik asal) berada pada titik di mana batu itu mulai dijatuhkan.

Tulis kembali $a = g - bv$ secara eksplisit sebagai suatu persamaan diferensial

$$\frac{dv}{dt} = g - bv$$

Pisahkanlah variabel-variabel, v di sebelah kiri, t di sebelah kanan

$$\frac{dv}{g - bv} = dt$$

Integralkan ruas kiri persamaan itu dari nol sampai v dan ruas kanan dari 0 sampai t

$$\int_0^v \frac{dv'}{g - bv'} = \int_0^t dt'$$

dan

$$-\frac{1}{b} \ln \left[\frac{g - bv}{g} \right] = t$$

$$v = \frac{g}{b} (1 - e^{-bt})$$

Diferensialkan persamaan ini terhadap waktu untuk memperoleh percepatan

$$a = \frac{dv}{dt} = g e^{-bt}$$

Terbukti!

53. Percepatan $a = \frac{dv}{dt} = ge^{-bt}$

$$dv = ge^{-bt} dt$$

$$v = \int_0^v dv' = \int_0^t ge^{-bt'} dt' = \frac{g}{-b} [e^{-bt'}]_0^t$$
$$= \frac{g}{b} (1 - e^{-bt}) = v_{\text{term}} (1 - e^{-bt})$$

di mana

$$v_{\text{term}} = \frac{g}{b}$$

kecepatan, $v = dy/dt = v_{\text{term}} (1 - e^{-bt})$

$$dy = v_{\text{term}} (1 - e^{-bt}) dt$$

$$\int_0^y dy' = \int_0^t v_{\text{term}} (1 - e^{-bt'}) dt'$$

$$y = v_{\text{term}} \left[t' + \frac{1}{b} e^{-bt'} \right]_0^t$$

$$= v_{\text{term}} t - \frac{v_{\text{term}}}{b} [1 - e^{-bt}]$$

54. Kedua bola itu mengalami percepatan yang tetap selama bergerak di udara. Misal, titik asal sistem koordinat berada di permukaan tanah dan arah ke atas adalah positif. Saat bola-bola itu bertabrakan, mereka berada pada ketinggian yang sama di atas permukaan tanah.

$$y_A = h - \frac{1}{2}gt^2$$

dan

$$y_B = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y_A = y_B \text{ dan } v_A = -2v_B$$

$$v_A = -gt \text{ dan } v_B = v_0 - gt$$

$$h - \frac{1}{2}gt_c^2 = v_0 t_c - \frac{1}{2}gt_c^2$$

$$-gt_c = -2(v_0 - gt_c)$$

t_c adalah waktu tabrakan

$$t_c = \sqrt{\frac{2h}{3g}} \text{ dan } v_0 = \sqrt{\frac{3gh}{2}}$$

$$y_A = h - \frac{1}{2}g\left(\frac{2h}{3g}\right) = \frac{2h}{3}$$

kucingfisika.com

55. Asumsikan bahwa kedua pelari itu menempuh lintasan lurus.

$$(a) \quad t_1 = \frac{\text{jarak tempuh}}{\text{kelajuan pelari}_1}$$
$$= \frac{\text{jarak tempuh}}{1,15 (\text{kelajuan pelari}_2)}$$

$$t_1 = \frac{100 \text{ m}}{1,15 (6 \text{ m/dtk})} = 14,5 \text{ dtk.}$$

Dalam selang waktu ini, pelari 2 telah menempuh jarak :

$$x_2 = (6 \text{ m/dtk})(14,5 \text{ dtk}) = 87,0 \text{ m.}$$

Pelari 1 telah unggul sebesar $= 100 \text{ m} - 87 \text{ m}$

(b) Waktu yang diperlukan $= 13,0 \text{ meter.}$

untuk menyelesaikan

sprint oleh pelari 2 : $t_2 = \frac{\text{jarak tempuh}}{\text{kelajuan pelari}_2}$

$$= \frac{100 \text{ m}}{6 \text{ m/dtk}} = 16,7 \text{ dtk}$$

Pelari 1 unggul sebesar $= 16,7 - 14,5 = 2,2 \text{ dtk.}$

Dengan kata lain, waktu yang diperlukan oleh pelari 2 untuk menyelesaikan jarak 13,0 m yang tersisa adalah $= (13 \text{ m}) / (6 \text{ m/dtk})$

$$= 2,17 \text{ detik.}$$